

Álgebra 2º Bachiller 19-XI-2007

1) Resuelve la ecuación matricial:

$$A \cdot X - B + C = 0 \quad \text{Siendo}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Discutid según los valores del parámetro α el sistema:

$$1. \quad \left. \begin{array}{l} 2x + 2y + (\alpha - 6)z = 2 \\ 3x - y + 3z = -10 \\ \alpha x + y + 2z = -8 \end{array} \right\}$$

2. Resolved para:

1. $\alpha = 5$

2. $\alpha = 6$

3) Sabiendo que:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5 \quad \text{Calcula de forma razonada:}$$

$$a) \begin{vmatrix} 3a & 3b & 9c \\ 2d & 2e & 6f \\ 3g & 3h & 9i \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} a & a+2b+3c & a+3b+4c \\ d & d+2e+3f & d+3e+4f \\ g & g+2h+3i & g+3h+4i \end{vmatrix} \quad c) \begin{vmatrix} 2f & 2e & 2d \\ c & b & a \\ i & h & g \end{vmatrix}$$

Álgebra 2º Bachiller 24-XII-07

1) Discute según los valores de a el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} ax + 2y + 6z = 0 \\ 2x + ay + 4z = 3 \\ 2x + ay + 6z = a - 2 \end{array} \right\}$$

Resuelve el sistema para $a = 2$

2) A es una matriz 3×3 tal que:

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Calcula el determinante de A^3 y la matriz inversa de A^3 .
- Calcula la matriz fila $X = (x, y, z)$, solución de la ecuación: $XA^3 = BA^2$ donde $B = (1, 2, 3)$
- Calcula la matriz inversa de A .

3) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- Calcula $3 \cdot A \cdot A^T - 2 \cdot I$
- Resuelve:

$$A \cdot X + B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Geometría

1. Calcula la distancia de la recta $r \quad \frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ al plano $\Pi \quad x-3y-z+6=0$
2. Halla la ecuación de un plano Π paralelo al plano de ecuación $x-2y+3z+6=0$ y que dista 12 unidades del origen.
3. Halla la ecuación del plano que es perpendicular a $x-3y+4z=0$ y pasa por los puntos: $A(3, 1, 2)$ y $B(3, 4, 4)$
4. Calcula la distancia de la recta $r \quad \begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ al punto $(1, 0, 1)$.
5. Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} ax-2y=a-4 \\ 3x-2z=-3 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} 3x-az=3-4a \\ 3y-2z=-2 \end{cases}$$

Determinar los valores de a para que las rectas sean paralelas.

Geometría

1. Halla la distancia del punto $Q(5, 5, 3)$ al plano $\Pi \equiv (x, y, z) = (0, 0, 4) + \lambda(2, 2, -1) + \mu(-2, 2, 0)$
2. Comprobad que los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(0, -1, 0)$, $C(2, 3, 0)$ forman un triángulo. Hallad el área de dicho triángulo.
3. Estudia la posición de los planos siguiente en función del parámetro a :
$$\left. \begin{array}{l} 2x+3y=0 \\ 2x+y-z=1 \\ 4x+4y-z=a \end{array} \right\}$$
4. Dadas las rectas r y s
 1. $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$
 2. $s \equiv \frac{x}{-3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$
 1. Halla el plano que contiene a r y es paralelo a s .
 2. Halla la distancia entre las dos rectas.
5. Halla las ecuaciones del plano Π que pasa por $(1, 0, 0)$ y contiene a la recta r :

$$r \equiv \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=3-3\lambda \\ z=4+2\lambda \end{cases}$$

Calculo

- 1) Dado el polinomio $P(x)=6x^5+2x+m$ demuestra que solo tiene una raíz real cualquiera que sea el valor de m.
- 2) Halla las derivadas de las siguientes funciones:
 1. $f(x)=(7x+1)^x$
 2. $f(x)=\arctan(1+x^2)$
- 3) A partir de la definición de derivada calcula $f'(2)$ para $f(x)=\sqrt{x+5}$
- 4) Calcula los límites:
 1. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$
 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^{-x})e^x$
- 5) Dada la función $f(x)=2+3x-x^2$ en el intervalo $[-1, 3]$, comprueba si se cumple las hipótesis del teorema de Lagrange. En caso afirmativo encuentra el punto donde se cumple la tesis y la ecuación de la recta tangente a la gráfica en ese punto.

Calculo

1. Calcula los límites:
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos^{\frac{3}{x^2}} 2x$
 - b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$
2. Demuestra que la ecuación: $6x^5+2x+m=0$ solo tiene una solución cualquiera que sea el valor de x.
3. Dada la función $f(x)=x^3-3x^2+7x+4$
Estudia: Crecimiento, concavidad, extremos y puntos de inflexión. Calcula su tangente en los puntos de inflexión.
4. Halla las derivadas
 - a) $f(x)=x^{2\cos x}$
 - b) $f(x)=\log \sqrt[3]{\frac{x-1}{x^2}}$
5. Calcula $f'(1)$ a partir de la definición de derivada para la función: $f(x)=(1+x)^3$
6. Estudia y representa la función:

• $y = \frac{x^2}{1-x^2}$

Calculo

1. Representa la función:

$$y = x e^x$$

Halla los intervalos de crecimiento, decrecimiento, concavidad, extremos relativos y puntos de inflexión.

2. A partir de la definición de derivada calcula $f'(3)$ para $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

3. Estudia continuidad, signo de la función, simetrías, asíntotas e intervalos de crecimiento para :

a) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 4}$

4. Calcula las siguientes derivadas:

a) $f(x) = (1 + \cos^2 x)^3$

b) $y = x^{\operatorname{sen} x}$

c) $f(x) = \log \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x}}$

d) $f(x) = \arctan\left(\frac{2x^2 + 3}{3x}\right)$

1) Dada la función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+2} - x}{x-2}$$

- a) Dominio de definición y continuidad.
- b) Comportamiento de la función en $x=2$.

2) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x) = |x^3 + 6x^2 + 9x|$$

3) Aplicando la definición de derivada calcula la derivada de: $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

4) Estudia la derivabilidad según el parámetro a de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3+ax & \text{si } x \leq 1 \\ 2x^3 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } g(x) = \begin{cases} 2x^2+a & \text{si } x \leq -1 \\ 5-4x & \text{si } x > -1 \end{cases}$$